The background of the slide is a faded, grayscale image of the iconic dome of the Massachusetts Institute of Technology (MIT) building. The dome is a large, white, hemispherical structure with a smaller dome on top. Below the dome is a classical portico with several columns. The building is surrounded by green trees and a lawn.

Ролята на полиномите на Шур
в триизмерното разпознаване на цели

Пламен Коев
Факултет по Математика
Масачузетски Технологичен Институт

Пионери на Българската Математика, 8 Юли 2006г.

Цел: Автоматично разпознаване на цели



Blazer



HMMWV



M1 A1 Abrams



Leopard



T62



Challenger

Цел: Автоматично разпознаване на цели



Blazer



HMMWV



M1 A1 Abrams



Leopard



T62



Challenger



До сега: Двумерно, по картинка

Изгледи:



×
Размери:



×
Видове:



Неефективно, но истинският проблем е ...

Истинският проблем в две измерения



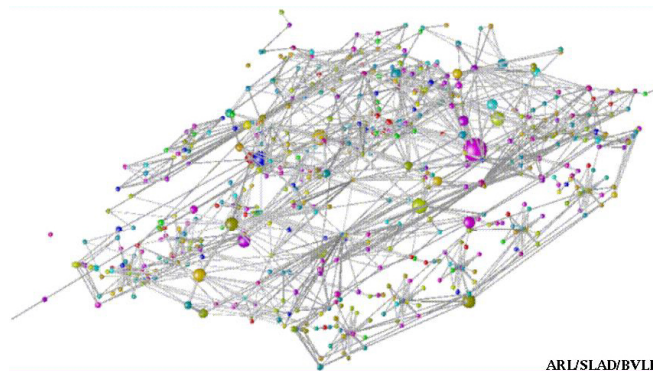
В три измерения ...



ARL/SLAD/BVLD



Синтетичен Апертурен Радар



ARL/SLAD/BVLD

- Работи в мъгла, пушък, през облаци
- Връща матрица $n \times 3$, но как се разпознават матрици?
- Лесна за извеждане формула, но трудна за смятане

Математическата задача

- Каталог: X_1, X_2, \dots, X_m ($n \times 3$)
- Наблюдение: $X = (X_i + E)Q$, $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$
- Въпрос: $i = ?$

$$L(i|X) \sim \sum_{k=0}^{\infty} c_k \sum_{\kappa \vdash k} s_{\kappa}(x_1, x_2, x_3)$$

- s_{κ} – полином на Шур; $\{x_1, x_2, x_3\} = \text{eig}(X^T X)$
- Бавно сходящ ред $\Rightarrow \infty = 100, 150, 200$
- Броя едночлени в $s_{\kappa}(x_1, x_2, x_3)$ е $3^{|\kappa|} \Rightarrow$ години ($\sim 10^9$ /сек.)
- Смятаме s_{κ} като χ на $\text{GL}_3(\mathbb{C})$ с цена: $\mathcal{O}(3)$
($\mathcal{O} = \#\{\mu | \mu < \kappa\} \ll 3^{|\kappa|}$)
- Сега работим над нов алгоритъм: $\sqrt{\#\{\mu | \mu < \kappa\}}$

Google™

[Web](#) [Images](#) [Groups](#) [News](#) [Froogle](#) [Local](#) [more »](#)

Линейната алгебра на Интернет търсачките

Google Search

I'm Feeling Lucky

[Advanced](#)
[Preferences](#)
[Language](#)



[Web](#) [Images](#) [Groups](#) [News](#) [Froogle](#) [Local](#) [more »](#)

Линейната алгебра на Интернет търсачките

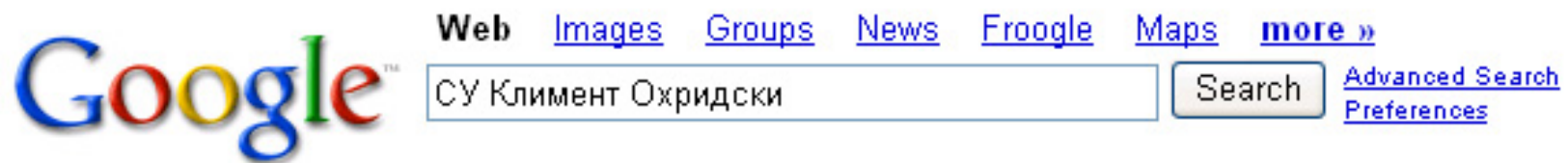
Google Search

I'm Feeling Lucky

[Advanced](#)
[Preferences](#)
[Language](#)

- Част 1: Намиране на хиляди страници съдържащи търсеното
- Част 2: Сортиране на намереното
- Пример: СУ Климент Охридски

Намерихме 242,000 страници. Коя да е No. 1?



Web Results 1 - 10 of about 246,000 for СУ Климент Охридски. (0.14 seconds)

Tip: [Search for English results only](#). You can specify your search language in [Preferences](#)

[University of Sofia](#)

Educational and scientific center offering 71 degree courses in humanities and sciences. Includes...

[www.uni-sofia.bg/](#) - 10k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Факултети](#) - [Студенти](#) - [НОВИНИ](#) - [Администрация](#)

[More results from www.uni-sofia.bg »](#)

[Софийски университет — Уикипедия](#)

Софийският университет „Св. **Климент Охридски**“ (известен със съкращението **СУ**) е най-старото висше учебно заведение в България. Той е създаден на 1 октомври ...

[bg.wikipedia.org/wiki/Софийски_университет](#) - 30k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

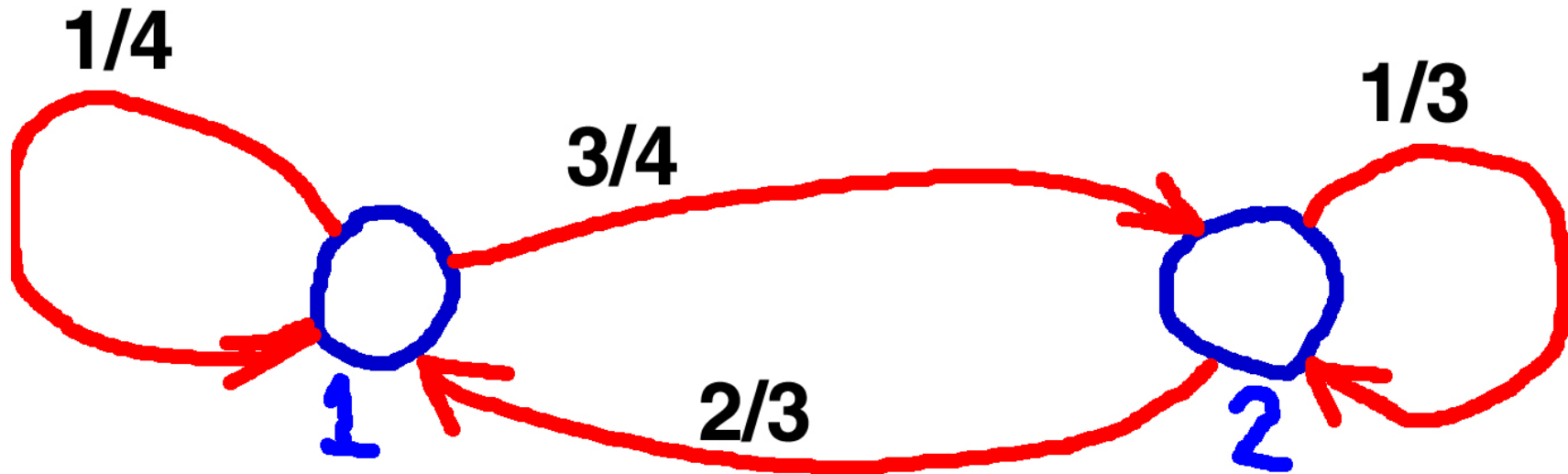
[университети](#)

СУ "Св. **Климент Охридски**". ВТУ "Тодор Каблешков" · Технически Университет - София · РУ "Ангел Кънчев" · Икономически Университет - Варна ...

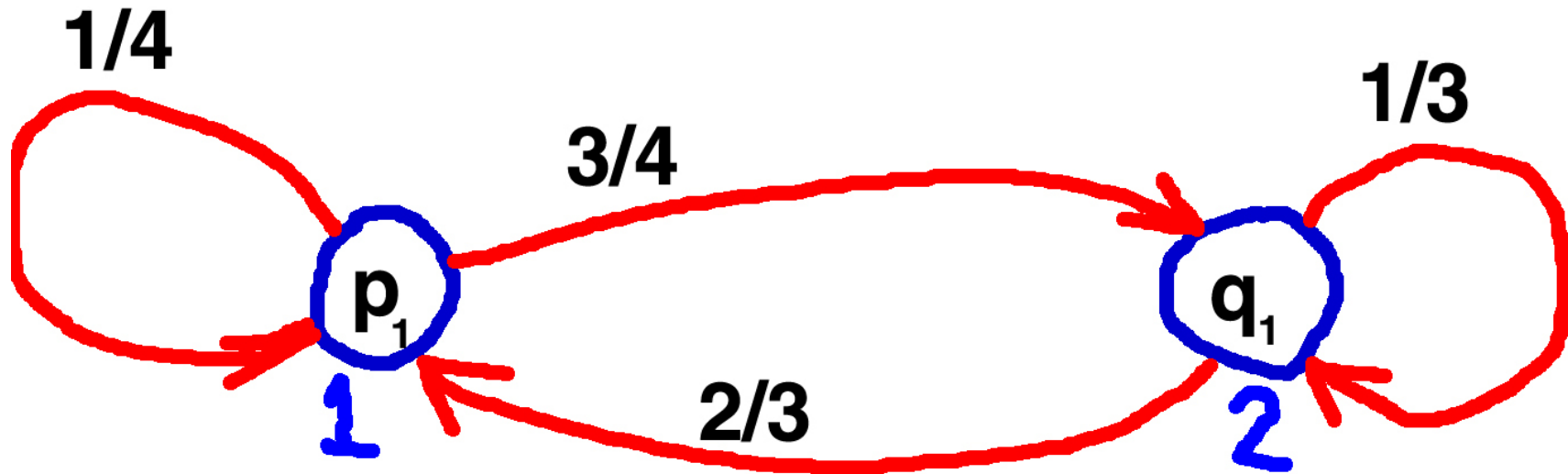
[izone.ict.bg/univer/template_su.htm](#) - 14k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

- Отговор: Най-посещаваната от случаен „Г-н Браузър“

Един прост модел



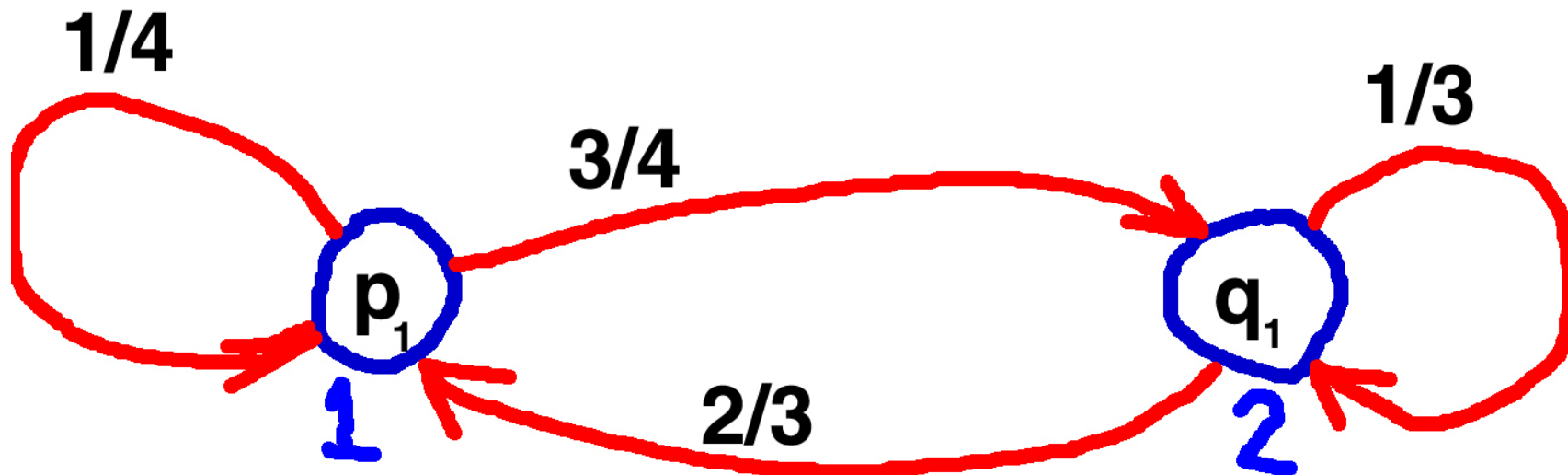
Един прост модел



$p_1, q_1 =$ вероятност Г-н Браузър е на страница 1, 2

$$p_1 + q_1 = 1$$

Как се променят вероятностите след 1 стъпка



$p_1, q_1 =$ вероятност Г-н Браузър е на страница 1, 2

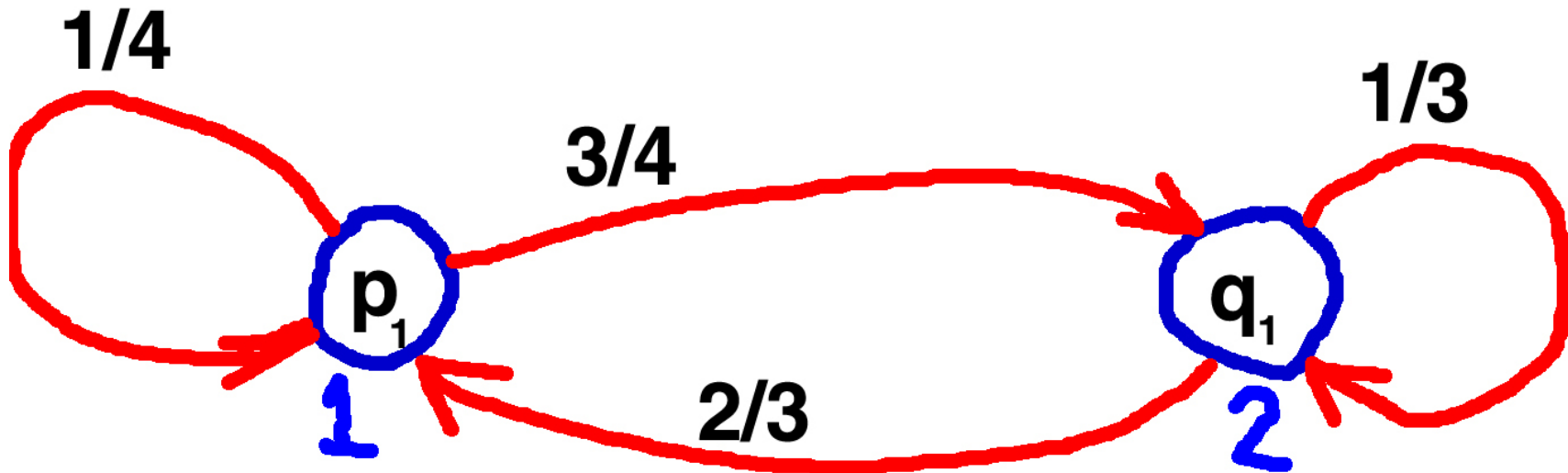
$$p_1 + q_1 = 1$$

След 1 стъпка:

$p_2, q_2 =$ вероятност Г-н Браузър е на страница 1, 2

$$p_2 + q_2 = 1$$

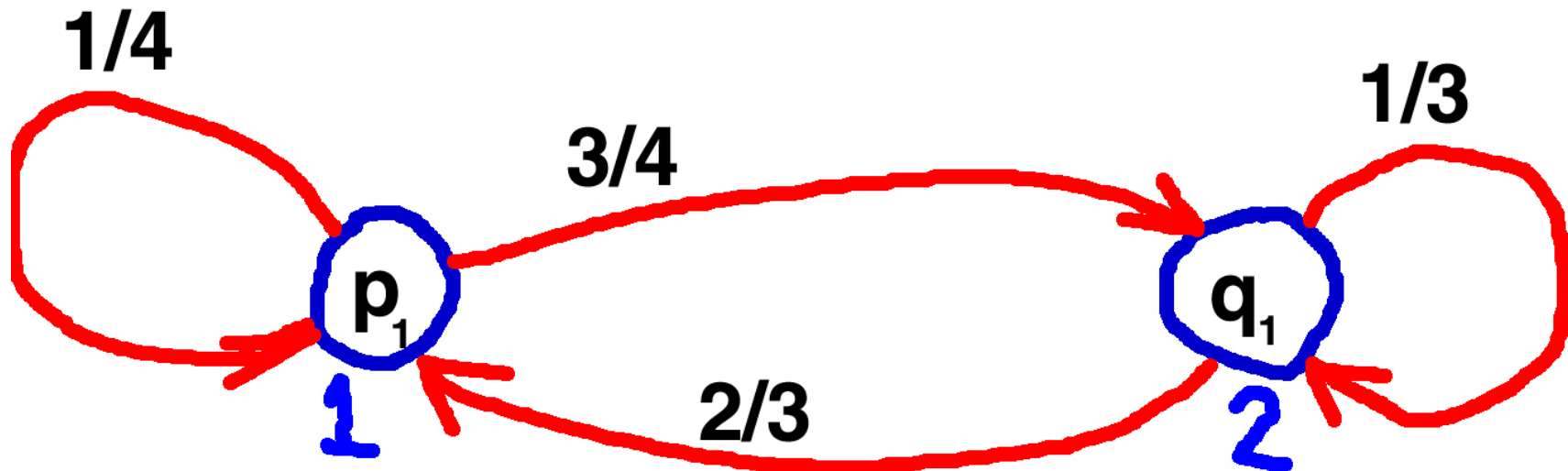
След 1 стъпка



$$p_2 = \frac{1}{4}p_1 + \frac{2}{3}q_1$$

$$q_2 = \frac{3}{4}p_1 + \frac{1}{3}q_1$$

След 2 стъпки



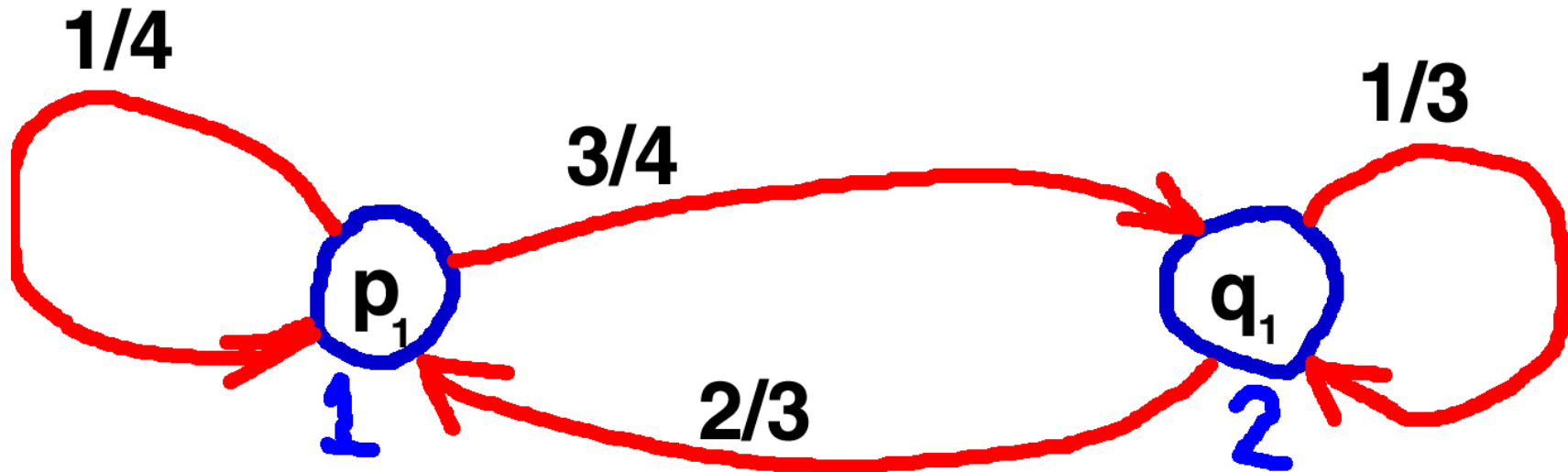
$$p_2 = \frac{1}{4}p_1 + \frac{2}{3}q_1$$

$$p_3 = \frac{1}{4}p_2 + \frac{2}{3}q_2$$

$$q_2 = \frac{3}{4}p_1 + \frac{1}{3}q_1$$

$$q_3 = \frac{3}{4}p_2 + \frac{1}{3}q_2$$

След n стъпки



$$p_2 = \frac{1}{4}p_1 + \frac{2}{3}q_1$$

$$p_3 = \frac{1}{4}p_2 + \frac{2}{3}q_2$$

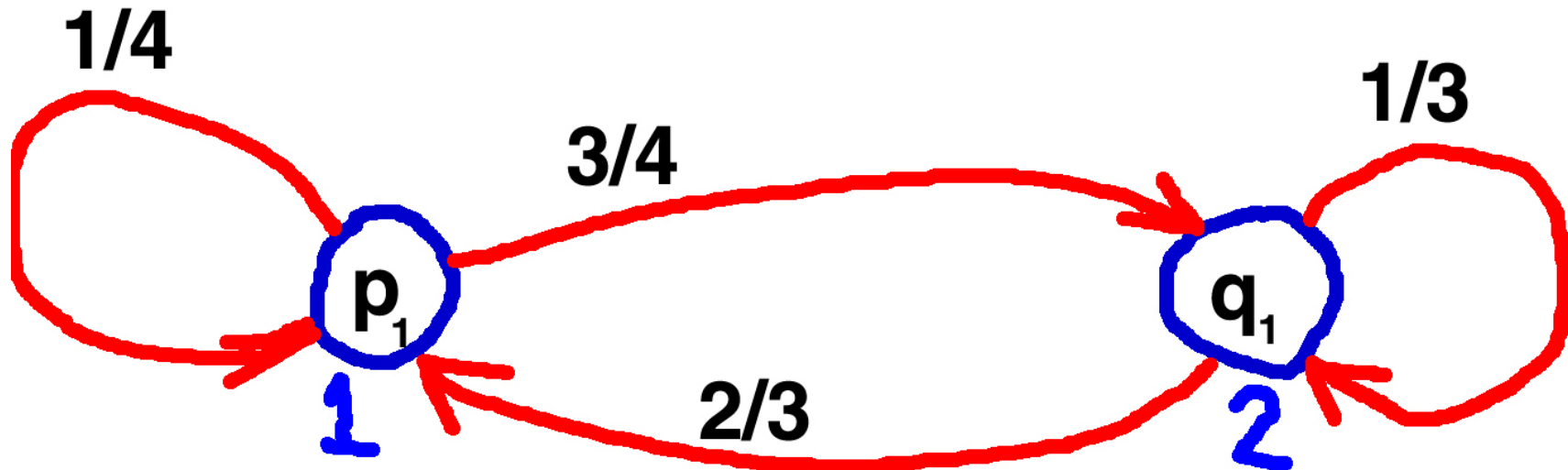
$$p_n = \frac{1}{4}p_{n-1} + \frac{2}{3}q_{n-1}$$

$$q_2 = \frac{3}{4}p_1 + \frac{1}{3}q_1$$

$$q_3 = \frac{3}{4}p_2 + \frac{1}{3}q_2$$

$$q_n = \frac{3}{4}p_{n-1} + \frac{1}{3}q_{n-1}$$

След n стъпки



$$p_2 = \frac{1}{4}p_1 + \frac{2}{3}q_1$$

$$p_3 = \frac{1}{4}p_2 + \frac{2}{3}q_2$$

$$p_n = \frac{1}{4}p_{n-1} + \frac{2}{3}q_{n-1}$$

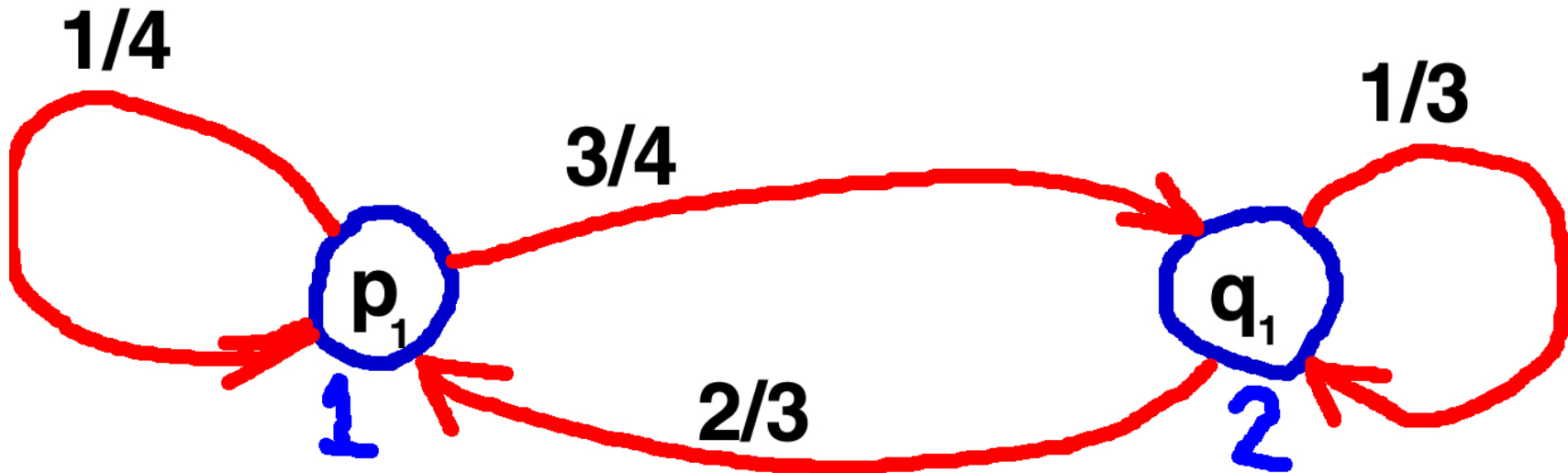
$$q_2 = \frac{3}{4}p_1 + \frac{1}{3}q_1$$

$$q_3 = \frac{3}{4}p_2 + \frac{1}{3}q_2$$

$$q_n = \frac{3}{4}p_{n-1} + \frac{1}{3}q_{n-1}$$

Нека: $p_n, q_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} p, q$.

След n стъпки



$$p_2 = \frac{1}{4}p_1 + \frac{2}{3}q_1$$

$$p_3 = \frac{1}{4}p_2 + \frac{2}{3}q_2$$

$$p_n = \frac{1}{4}p_{n-1} + \frac{2}{3}q_{n-1}$$

$$q_2 = \frac{3}{4}p_1 + \frac{1}{3}q_1$$

$$q_3 = \frac{3}{4}p_2 + \frac{1}{3}q_2$$

$$q_n = \frac{3}{4}p_{n-1} + \frac{1}{3}q_{n-1}$$

Нека: $p_n, q_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} p, q$.

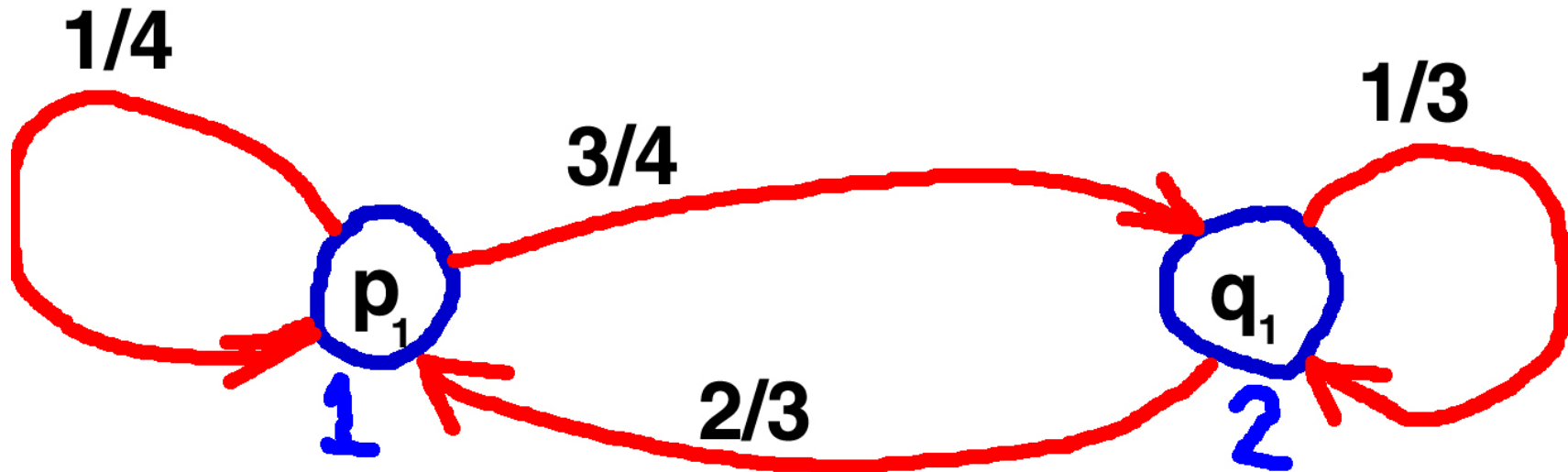
$$p = \frac{1}{4}p + \frac{2}{3}q$$

$$\frac{3}{4}p = \frac{2}{3}q$$

$$q = \frac{3}{4}p + \frac{1}{3}q$$

$$\frac{2}{3}q = \frac{3}{4}p$$

След n стъпки



$$p_2 = \frac{1}{4}p_1 + \frac{2}{3}q_1$$

$$p_3 = \frac{1}{4}p_2 + \frac{2}{3}q_2$$

$$p_n = \frac{1}{4}p_{n-1} + \frac{2}{3}q_{n-1}$$

$$q_2 = \frac{3}{4}p_1 + \frac{1}{3}q_1$$

$$q_3 = \frac{3}{4}p_2 + \frac{1}{3}q_2$$

$$q_n = \frac{3}{4}p_{n-1} + \frac{1}{3}q_{n-1}$$

Нека: $p_n, q_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} p, q$.

$$p = \frac{1}{4}p + \frac{2}{3}q$$

$$\frac{3}{4}p = \frac{2}{3}q$$

$$p = 0.47$$

$$q = \frac{3}{4}p + \frac{1}{3}q$$

$$\frac{2}{3}q = \frac{3}{4}p$$

$$p + q = 1 \quad \Rightarrow$$

$$q = 0.53$$

Сега модел с 5 страници



Сега модел с 5 страници



p, q, r, s, t = вероятности Г-н Браузър е на 1, 2, 3, 4, 5

$$p_2 = \frac{1}{3}q_1$$

$$q_2 = \frac{1}{3}p_1 + \frac{1}{2}r_1$$

$$r_2 = \frac{1}{3}p_1 + \frac{1}{3}q_1 + \frac{1}{2}t_1$$

$$s_2 = \frac{1}{3}p_1 + \frac{1}{2}r_1 + \frac{1}{2}t_1$$

$$t_2 = \frac{1}{3}q_1 + 1s_1$$



$p, q, r, s, t =$ вероятности Γ -н Браузър е на 1, 2, 3, 4, 5

$$p = \frac{1}{3}q$$

$$q = \frac{1}{3}p + \frac{1}{2}r$$

$$r = \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}q + \frac{1}{2}t$$

$$s = \frac{1}{3}p + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}t$$

$$t = \frac{1}{3}q + s$$

$$1 = p + q + r + s + t$$



p, q, r, s, t = вероятности Г-н Браузър е на 1, 2, 3, 4, 5

$$p = \frac{1}{3}q$$

$$q = \frac{1}{3}p + \frac{1}{2}r$$

$$r = \frac{1}{3}p + \frac{1}{3}q + \frac{1}{2}t$$

$$s = \frac{1}{3}p + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}t$$

$$t = \frac{1}{3}q + 1s$$

$$1 = p + q + r + s + t$$



Решение $(p, q, r, s, t) = (0.04, 0.12, 0.22, 0.29, 0.33)$

Това е т.нар. **PageRank** вектор.

Защо страница номер 5?



Експеримент — 15-ти Януари 2006



Web [Images](#) [Groups](#) [News](#) [Froogle](#) [Local](#) [more »](#)

plamen

Search

[Advanced Search](#)
[Preferences](#)

Web

Results 1 - 10 of 10

[Konstantinov Plamen](#)

Personal site about the Bulgarian National team player. Biography, profile and career.
[Requires Flash.]

www.geocities.com/konstantinov17/ - 3k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Department of Mathematics: Plamen D Stefanov](#)

Quick Links; MathSciNet · Zentralblatt MATH · Google Scholar · Problem of the Week.
Plamen D Stefanov Portrait. **Plamen D Stefanov** ...

www.math.purdue.edu/~stefanov/ - 7k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Temelkov's Art gallery](#)

Bulgarian artist shows paintings which combine impressionism and abstraction. Includes exhibitions listing.

www.plamentemelkov.com/ - 8k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Koev](#)

Plamen Koev. Instructor of Applied Mathematics Department of Mathematics Massachusetts Institute of Technology 77 Massachusetts Ave., 2-376 Cambridge, ...

www-math.mit.edu/~plamen/ - 3k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Maps of Bulgaria](#)

Provides maps of the country showing roads and regular domestic airline routes.

www.b-info.com/places/Bulgaria/maps/ - 11k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Simeonov](#)



Web [Images](#) [Groups](#) [News](#) [Froogle](#) [Local](#) [more »](#)

[Advanced Search](#)
[Preferences](#)

Web

Results **1 - 10** of about **664,000** for **plamen**. (0.29 seconds)

[Konstantinov Plamen](#)

Personal site about the Bulgarian National team player. Biography, profile and career. [Requires Flash.]

www.geocities.com/konstantinov17/ - 3k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Department of Mathematics: Plamen D Stefanov](#)

Quick Links; MathSciNet · Zentralblatt MATH · Google Scholar · Problem of the Week. **Plamen** D Stefanov Portrait. **Plamen** D Stefanov ...

www.math.purdue.edu/~stefanov/ - 7k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Koev](#)

Plamen Koev. Instructor of Applied Mathematics Department of Mathematics Massachusetts Institute of Technology 77 Massachusetts Ave., 2-376 Cambridge, ...

www-math.mit.edu/~plamen/ - 3k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Temelkov's Art gallery](#)

Bulgarian artist shows paintings which combine impressionism and abstraction. Includes exhibitions listing.

www.plamentemelkov.com/ - 8k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Maps of Bulgaria](#)

Provides maps of the country showing roads and regular domestic airline routes.

www.b-info.com/places/Bulgaria/maps/ - 11k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Simeonov](#)

Plamen Simeonov. Assistant Professor. Office: S727. Phone: (713) 221-8671. Fax: (713)

[Sign in](#)



Web [Images](#) [Groups](#) [News](#) [Froogle](#) [Local](#) [more »](#)

plamen

Search

[Advanced Search](#)
[Preferences](#)

Web

Results 1 - 10 of about 1,440,000 for **plamen**. (0.20 seconds)

[Plamen Koev](#)

Plamen Koev. Instructor of Applied Mathematics Department of Mathematics Massachusetts Institute of Technology 77 Massachusetts Ave., 2-376 Cambridge, ...

www-math.mit.edu/~plamen/ - 3k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Konstantinov Plamen](#)

Personal site about the Bulgarian National team player. Biography, profile and career. [Requires Flash.]

www.geocities.com/konstantinov17/ - 4k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Temelkov's Art gallery](#)

Bulgarian artist shows paintings which combine impressionism and abstraction. Includes exhibitions listing.

www.plamentemelkov.com/ - 8k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen Simeonov](#)

Plamen Simeonov. Assistant Professor. Office: S727. Phone: (713) 221-8671. Fax: (713) 221-8086. email: simeonovp@dt.uh.edu ...

cms.dt.uh.edu/Faculty/SimeonovP/ - 3k - [Cached](#) - [Similar pages](#)

[Plamen International doo](#)