Bevezetés a topológiába

9. gyakorlat, 2009. április 15.

Vértesi Vera <wera@szit.bme.hu>
http://www.szit.bme.hu/~wera

1. Ha az X térnek létezik legfeljebb κ számosságú bázisa, akkor minden bázisából kiválasztható κ^2 számosságú részbázis.
2. Hol folytonos a $C \to C^{\mathbb{N}}$:

$$0.a_1a_2\ldots_{(3)} \mapsto \left(0.a_2a_4a_8\ldots_{(3)}, 0.a_3a_9a_{27}\ldots_{(3)}, \ldots, 0.a_pa_{p^2}a_{p^3}\ldots_{(3)}, \ldots\right)$$

   leképezés?
3. Adjunk $f_1, f_2, \cdots : [0,1] \to [0,1]$ folytonos függvényeket, hogy minden $a_1, a_2, \ldots$ sorozathoz van olyan $x \in [0,1]$, hogy $f_i(x) = a_i$ minden i-re.
4. A Hilbert kocka szorzat-topológiája megegyezik a metrka által megadottal.
5. Egy topologikus csoportban az egység osszefüggő komponense normálosztó. A szerinte vett faktor pedig totálisan osszefüggéstelen.

Felületek

6. Bizonyítsd be, hogy a $S^1 \times I/(e^{i\vartheta}, 0) \sim (-e^{i\vartheta}, 0)$ homeomorf a Möbiusz szalaggal.
7. Bizonyítsd be, hogy ha két Möbiusz szalagot a peremén összeragasztunk, akkor Klein kancsót kapunk.
8. Mik az alábbi felületek?
9. Bizonyítsd be, hogy minden csomó határol egy $\mathbb{R}^3$-be beágyazott F felületet.
10. Bizonyítsd be, hogy minden csomó határol egy $\mathbb{R}^3$-be beágyazott irányított F felületet. Ezt a felületet Seifert felületnek nevezik.